Уравнение центральной винтовой оси

Рассмотрим систему сил $\vec{F}_k$, $(k = 1..n)$.

Главный вектор системы сил не меняется при изменении центра приведения

$$\vec{R} = \sum_{k=1}^{n} \vec{F}_k.$$

Найдем главный момент системы относительно точек O и O_1. Получим

$$\vec{M}_O = \sum_{k=1}^{n} \vec{r} \times \vec{F}_k, \quad \vec{M}_{O_1} = \sum_{k=1}^{n} \vec{r}_1 \times \vec{F}_k.$$

Так как $\vec{r}_1 = \vec{r} + \vec{O_1O}$, то

$$\vec{M}_{O_1} = \sum_{k=1}^{n} (\vec{r} + \vec{O_1O}) \times \vec{F}_k = \sum_{k=1}^{n} \vec{r} \times \vec{F}_k + \sum_{k=1}^{n} \vec{O_1O} \times \vec{F}_k.$$

или

$$\vec{M}_{O_1} = M_O + \vec{O_1O} \times \vec{R}. \tag{1}$$

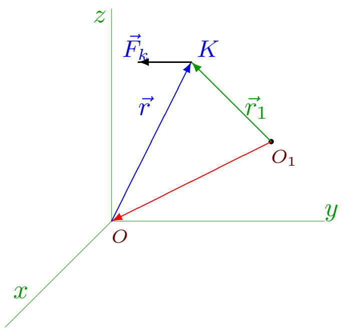

Рис.1

Получаем, что главный момент системы сил меняется при изменении центра приведения. O_1 — новый центр приведения, $\vec{O_1O} \times \vec{R}$ — момент главного вектора, расположенного в центре O, относительно нового центра O_1 (так как радиус-вектор направлен из O_1 в O). Пусть начало координат находится в O. Найдем все точки, относительно которых вектор главного момента направлен так же как и главный вектор

$$\vec{M}_{O_1} = p\vec{R}, \tag{2}$$

где p — скалярный параметр, имеющий размерность длины.

Из (1) и (2) следует

$$M_O + \vec{O_1O} \times \vec{R} = p\vec{R} \tag{3}$$

Введем радиус-вектор этих точек $\vec{\rho}$. Очевидно, $\vec{\rho} = -\vec{O_1 O}$. Векторное произведение представим в виде

$$\vec{\rho} \times \vec{R} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ R_x & R_y & R_z \end{bmatrix}$$

В итоге, записывая (3) в проекциях, получим уравнения, определяющие прямую

$$M_{Ox} - yR_z + zR_y = pR_x,$$
$$M_{Oy} - zR_x + xR_z = pR_y,$$
$$M_{Oz} - xR_y + yR_x = pR_z,$$

или

$$\frac{M_{Ox} - yR_z + zR_y}{R_x} = \frac{M_{Oy} - zR_x + xR_z}{R_y} = \frac{M_{Oz} - xR_y + yR_x}{R_z} = p$$

Параметр p называется шагом винта.